Zakład Teorii Algorytmów i Bezpieczeństwa Danych

Grupa zajmująca się algorytmami rozproszonymi

W skład grupy wchodzą obecnie lub wchodziły osoby:

- Andrzej Czygrinow (ASU/ Arizona)
- Edyta Szymańska
- Wojciech Wawrzyniak
- Marcin Witkowski
- Krzysztof Krzywdziński
- Michał Hanćkowiak

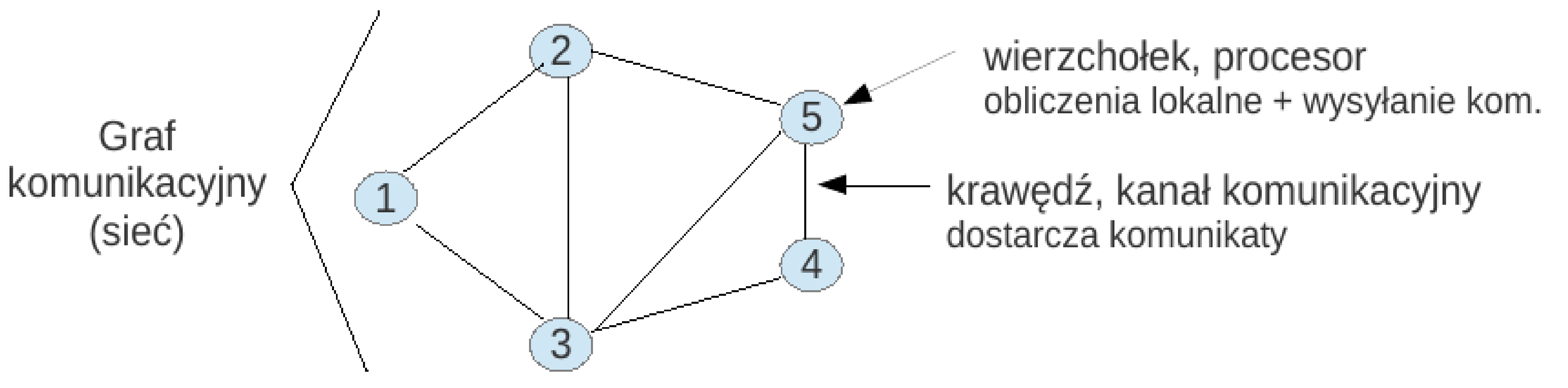
Czym są algorytmy rozproszone?

Algorytmy rozproszone można uważać za uproszczony model sieci komputerowej,
lub innych podobnych sieci...

W modelu tym mamy „graf komunikacyjny”, w którym:

- wierzchołki to procesory,
- krawędzie to kanały komunikacyjne,
- algorytmy działają w runach: wymieniają komunikaty z sąsiadami oraz przeprowadzają obliczenia lokalne (w każdej rundzie), to tzw model synchroniczny

Celem jest obliczenie jakiejś „struktury” (np. skojarzenia) w grafie komunikacyjnym
struktura powinna być dobrej jakości (dobry wsp aproksymacji),
a obliczenia możliwie szybkie...



Co jest celem alg rozproszonego? Odp: obliczenie „czegoś” w grafie kom

Początki...

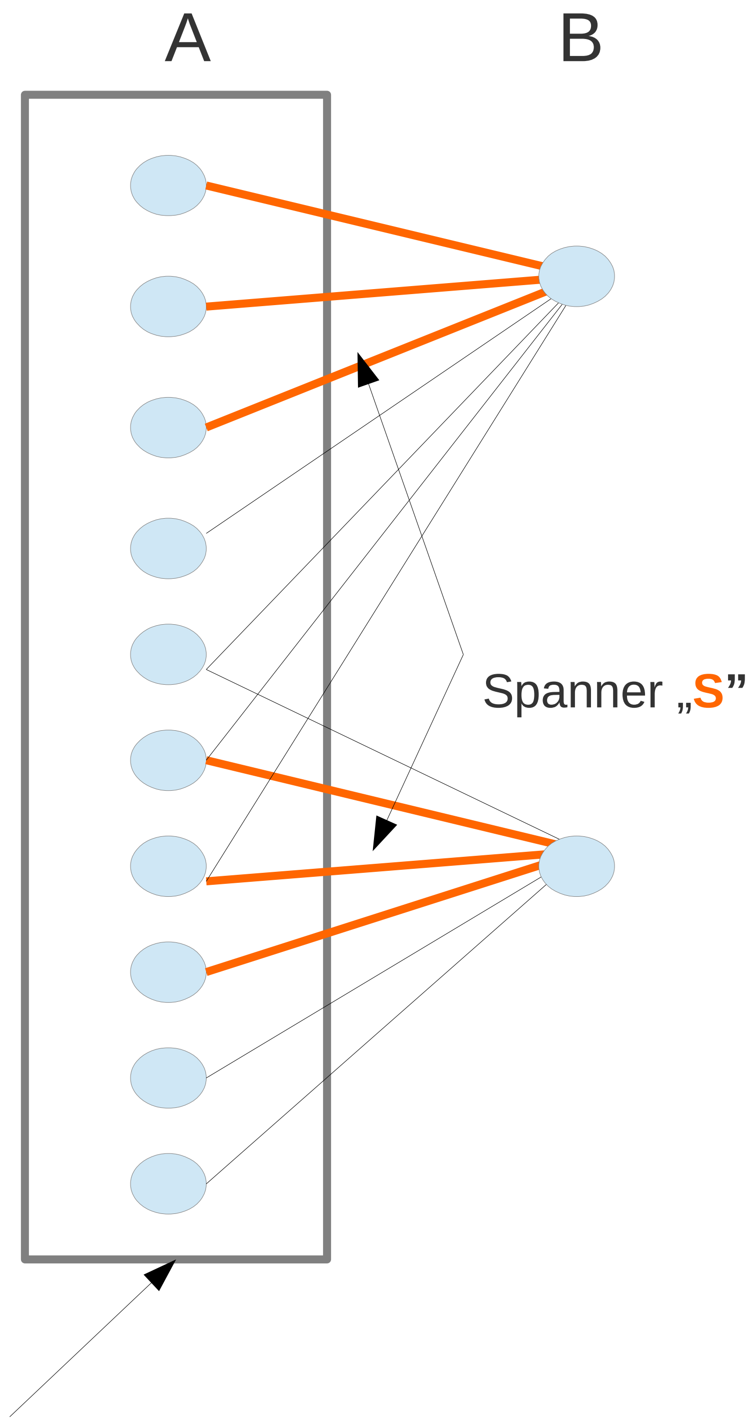
Zainteresowanie tą tematyką zaczęło się od kilku prac dotyczących rozproszonego obliczania „skojarzeń” w grafie:

Michal Karonski, Alessandro Panconesi, Michal Hanckowiak:
A Faster Distributed Algorithm for Computing Maximal Matchings Deterministically. PODC 1999: 219-228

Michal Karonski, Alessandro Panconesi, Michal Hanckowiak:
On the Distributed Complexity of Computing Maximal Matchings.
SIAM J. Discret. Math. 15(1): 41-57 (2001)

Były to jedne z pierwszych prac o takiej tematyce
(problemy z teorii grafów w modelu rozproszonym/ synchronicznym,
czas działania: O(log^4n), n-liczba wierzchołków).

Prace te zawierały dość uniwersalne narzędzie
zwane „**spannerem**”, który znalazł także inne zastosowania...



Czym jest spanner ?

Def Spanner „S” w D-bloku (A, B, E) to podgraf spełniający warunki:

1. S przykrywa > 50% A
2. v∊A: d_S(v)=1 lub 0
3. v∊B: d_S(v)<(16/D)*d(v) + 1

Czyli spanner jest **zbiorem gwiazd**, przykrywających 50% A, o ograniczonych stopniach na B.

Spanner można obliczyć w D-bloku, w czasie O(log^3n) ***/// dość szybko!,*** przy czym wewnętrzne obliczenia są „niedokładne”...

Wniosek: nie należy być zbyt dokładnym w obliczeniach rozproszonych...

D-blok: wierzchołki z A mają stopień w przedziale (D/2, D]

Inne zastosowania spannerów...

Kolorowanie krawędziowe:
Andrzej Czygrinow, Michal Hanckowiak, Michal Karonski:
Distributed O(Delta log(n))-Edge-Coloring Algorithm.
ESA 2001: 345-355

Obliczanie (1-eps)-aproksymacji skojarzeń w grafach dwudzielnych:
Andrzej Czygrinow, Michal Hanckowiak:
Distributed Algorithm for Better Approximation of the Maximum Matching.
COCOON 2003: 242-251

Obliczanie 2/3-aproksymacji skojarzeń w grafach ogólnych:
Andrzej Czygrinow, Michal Hanckowiak, Edyta Szymanska:
Distributed algorithm for approximating the maximum matching.
Discret. Appl. Math. 143(1-3): 62-71 (2004)

Obliczanie f-skojarzenia maximal w grafach ogólnych:
f-skojarzenia to pewne naturalne uogólnienie skojarzeń;
algorytm ten jest opisany w doktoracie M. Hanćkowiaka z 2001,
napisanym pod kierunkiem prof Michała Karońskiego

Z drugiej strony: narzędzie „spanner” okazało się ślepą uliczką...

Wcześniej wymienione wyniki zostały ulepszone po 20 latach,
przez innych autorów, przy użyciu innych narzędzi:

Deterministic Distributed Edge-Coloring via Hypergraph Maximal Matching
Manuela Fischer, Mohsen Ghaffari, and Fabian Kuhn
IEEE Symposium on Foundations of Computer Science (FOCS) 2017.

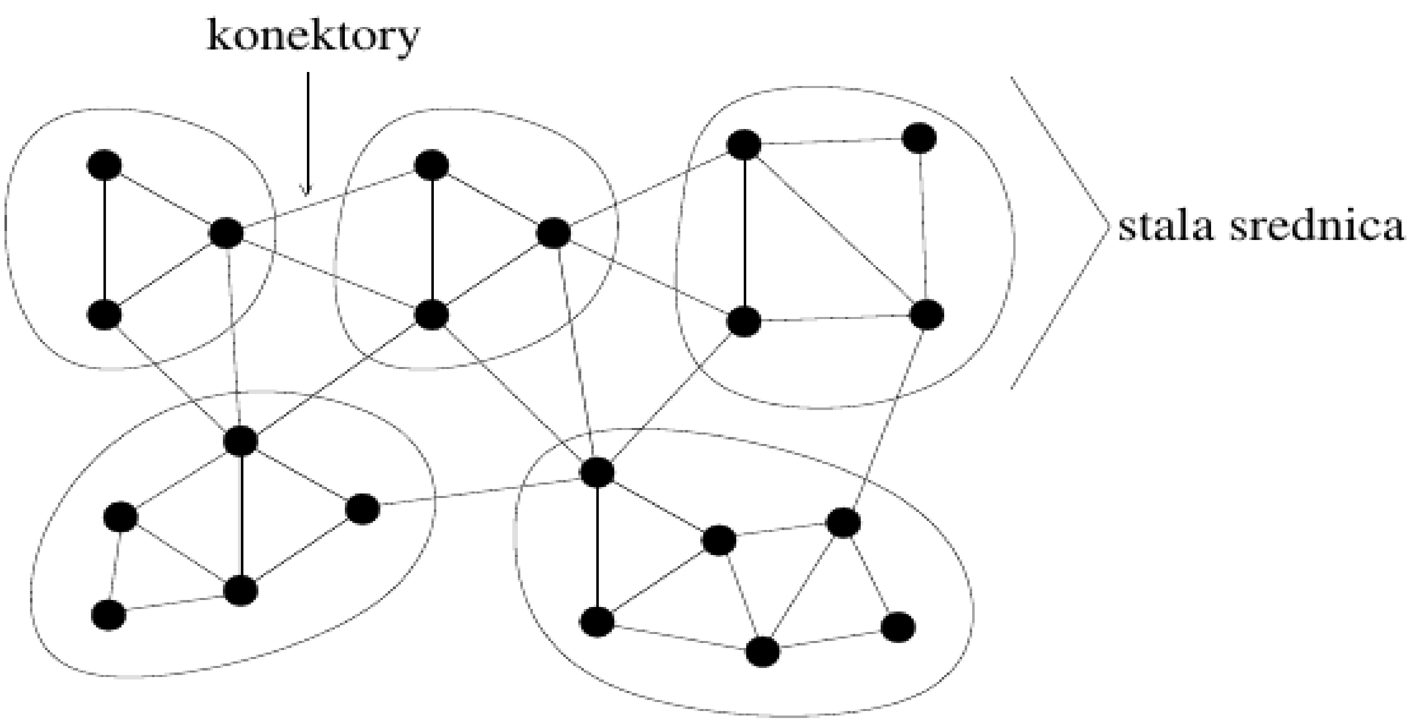
Improved Deterministic Distributed Matching via Rounding
Manuela Fischer
International Symposium on DIStributed Computing (DISC) 2017.
Best Student Paper Award at DISC'17

Best Student Paper: Improved Deterministic Distributed Matching via Rounding
Manuela Fischer
Manuela showed how a deterministic distributed rounding method can be used to devise simpler and faster algorithms for a number of well-studied variants of the matching problem in the LOCAL model. In particular, this rounding-based approach leads to an $O(\log^2 \Delta \cdot \log n)$-round deterministic algorithm for Maximal Matching, the first improvement in about 20 years over the celebrated $O(\log^4 n)$-algorithm by Hańćkowiak, Karoński, and Panconesi [SODA'98, PODC'99].

Klastry...

Model rozproszony działa najlepiej, jeśli scentralizować obliczenia w rozłącznych podgrafach, o małej średnicy i o „małym brzegu” zwanych **klastrami**...

W każdym klastrze jest lider, który „ściąga” do siebie cały klaster, rozwiązuje zadany problem oraz rozsyła rozwiązanie po klastrze; problemem jest to co się dzieje na „brzegu” klastrów...



Idea klastrów legła u podstaw serii prac, w których:
1. oblicza się klastry różnych typów,
   co jest możliwe w grafach planarnych (i do nich podobnych, np. minor closed),
2. rozwiązuje się różne problemy grafowe przy pomocy klastrów:
   MDS = Minimum Dominating Set, MIS = Maximum Independent Set,
   skojarzenia i inne;
   Uwaga: stosowanie klastrów do różnych problemów nie jest łatwe,
      często wymaga dodatkowych zabiegów (pre/post-processingu itp)

Andrzej Czygrinow, Michal Hanckowiak:
Distributed Almost Exact Approximations for Minor-Closed Families.
ESA 2006: 244-255

Andrzej Czygrinow, Michal Hanckowiak:
Distributed Approximation Algorithms for Weighted Problems in Minor-Closed Families.
COCOON 2007: 515-525
   W tej ^ pracy pojawiają się tzw. klastry wierzchołkowe,
   znacznie trudniejsze do obliczenia,
   w których „brzeg” jest rozumiany jako wierzchołki brzegowe (a nie konektory)
      Jest tu algorytm obliczający (1-eps) aproksymację problemu **MWM**
      czyli ważonej wersji skojarzeń...

Andrzej Czygrinow, Michal Hanckowiak, Wojciech Wawrzyniak:
Distributed packing in planar graphs. SPAA 2008: 55-61

Powyższa^ praca jest ostatnią, w której klastry były obliczane
w czasie polylog(n); praca zawiera ogólny alg pakowania
małych podgrafów w grafie planarnym
(np. krótkich rozłącznych ścieżek łączących dwa zbiory wierzchołków)

W pewnym momencie zauważyliśmy, że klastry krawędziowe można
obliczyć **bardzo szybko**, w czasie O(log^*n),
co otworzyło nowe perspektywy sublogarytmicznych algorytmów
dla grafów planarnych:

Andrzej Czygrinow, Michal Hanckowiak, Wojciech Wawrzyniak:
Fast Distributed Approximations in Planar Graphs.
DISC 2008: 78-92

W powyższej^ pracy oprócz procedury obl szybkie klastry,
pojawiło się zastosowanie do obliczania (1+eps) aproksymacji MDS,
wszystko w czasie O(log^*n),
a także dowód, że nie da się tego obliczyć w stałym czasie...

Za tą pracę W. Wawrzyniak otrzymał nagrodę za najlepszą prace studencką DISC 2008...

Stała aproksymacja MDS...

W pracy DISC 2008 znajdowała się procedura obliczająca **stałą aproksymację problemu MDS, w stałym czasie,** która okazała się błędna...

Problem ten przyciągnął jednak większą uwagę społeczności algorytmów rozproszonych, powstała seria prac na ten temat, nasza grupa także miała w tym swój udział...

Poniższe prace dotyczą różnych wariantów problemu MDS, a także różnych klas grafów w których te algorytmy działają, jest tam także walka o lepszy (stały) wsp aproksymacji...

Andrzej Czygrinow, Michal Hanckowiak, Edyta Szymanska, Wojciech Wawrzyniak, Marcin Witkowski:
Distributed Local Approximation of the Minimum **k-Tuple Dominating Set** in Planar Graphs.
OPODIS 2014: 49-59

Wojciech Wawrzyniak:
A local approximation algorithm for minimum dominating set problem in anonymous planar networks.
Distributed Comput. 28(5): 321-331 (2015)

Andrzej Czygrinow, Michal Hanckowiak, Edyta Szymanska,
Wojciech Wawrzyniak, Marcin Witkowski:
Improved distributed local approximation algorithm for minimum **2-dominating set** in planar graphs.
Theor. Comput. Sci. 662: 1-8 (2017)

Andrzej Czygrinow, Michal Hanckowiak, Wojciech Wawrzyniak,
Marcin Witkowski:
Distributed Approximation Algorithms for the Minimum Dominating Set in K_h-Minor-Free Graphs.
ISAAC 2018: 22:1-22:12

Andrzej Czygrinow, Michal Hanckowiak, Wojciech Wawrzyniak,
Marcin Witkowski:
Distributed CONGESTBC constant approximation of MDS in **bounded genus** graphs.
Theor. Comput. Sci. 757: 1-10 (2019)

Andrzej Czygrinow, Michal Hanckowiak, Wojciech Wawrzyniak,
Marcin Witkowski:
Distributed approximation algorithms for **k-dominating set** in graphs of **bounded genus** and linklessly embeddable graphs.
Theor. Comput. Sci. 809: 327-338 (2020)

Inne problemy/ klasy grafów...

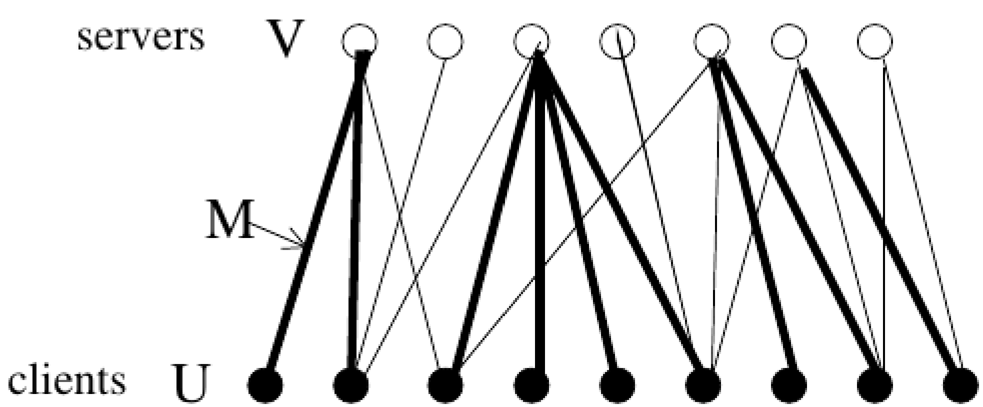
Próba obliczania (1+-eps)-aproksymacji problemów grafowych w grafach „rzadkich”, ale takich w których NIE DA SIĘ obliczyć klastrów; chodzi tu o grafy „**o stałej drzewiastości**” (są sumą stałej liczby lasów):

Udało się to zrobić jedynie dla problemu skojarzeń:

Andrzej Czygrinow, Michal Hanckowiak, Edyta Szymanska:
Fast Distributed Approximation Algorithm for the Maximum Matching Problem in Bounded Arboricity Graphs.
ISAAC 2009: 668-678

W tej^ pracy oblicza się (1-eps)-aproks skojarzeń w czasie O(log^*n).

Inne problemy którym się zajmowaliśmy to tzw „**semi-skojarzenia**” (inaczej load-balancing). W problemie tym mamy graf dwudzielny (U,V,E), gdzie U to klienci, V to serwery, chcemy przypisać każdemu klientowi serwer, tak aby serwery były równomiernie obciążone (w sensie min sumy kwadratów stopni)



Co minimalizujemy? Odp: sumę kwadratów deg_M(v) po v z V

Andrzej Czygrinow, Michal Hanckowiak, Edyta Szymanska, Wojciech Wawrzyniak:
On the distributed complexity of the semi-matching problem.
J. Comput. Syst. Sci. 82(8): 1251-1267 (2016)
To^ główna praca poruszająca problem semi-matching...

Nad czym pracujemy obecnie ?

Andrzej Czygrinow, Michal Hanckowiak, Marcin Witkowski:
Distributed Approximations of f-Matchings and b-Matchings in Graphs of Sub-Logarithmic Expansion. ISAAC 2021: 59:1-59:13
W tej^ przedstawiono algrytmy (1-eps)-paroksymacji pewnego uogólnienia skojarzeń o nazwie f-skojarzenia

Trwaja prace nad algorytmem w stylu pracy „ISAAC 2009”
która oblicza (1-eps)-aproksymację f-skojarzeń w stałym czasie,
w grafach o stałej drzewiastości (zatem bez klastrów);
analiza algorytmu jest złożona, ciągle pojawiają się nowe trudności...