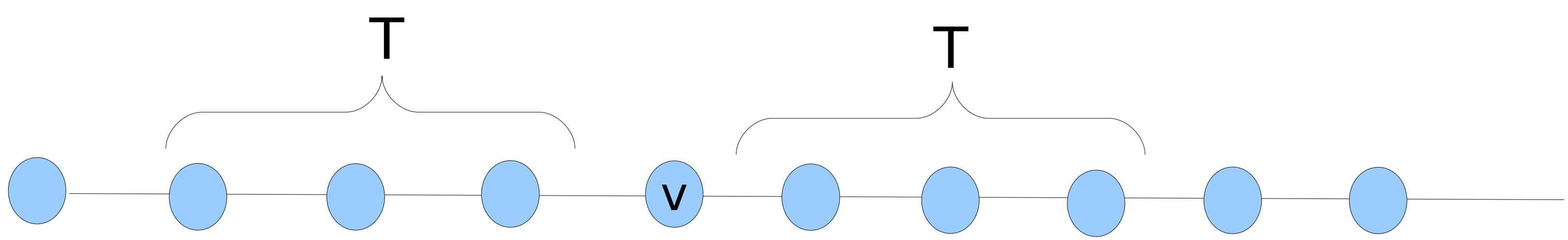
Dolne oszacowanie na stałą aproks MIS w cyklu...

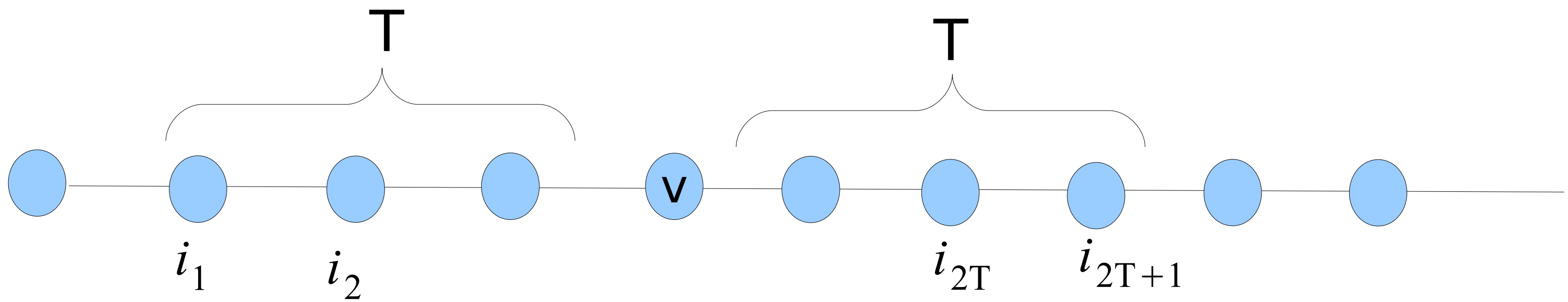
2-kol cyklu wymaga czasu Ω(n),
3-kol wymaga czasu Ω(log^*n)
to może 10-kol da się zrobić w stałym czasie ???

Narzędzie: **def** R(2,m,l) - minimalna liczba „n”, t.że:
dowolne 2-kolorowanie (hiper) krawędzi
pełnego l-jednostajnego hipergrafu na n-wierz
zawiera monochromatyczny pełny podgraf na m-wierz
Tw. Ramseya: liczba R() istnieje oraz:

$$R(2,m,2\mathrm{T}+1) < \left. 2^{2^{\cdots 2^{cm}}} \right\} 2\mathrm{T}$$

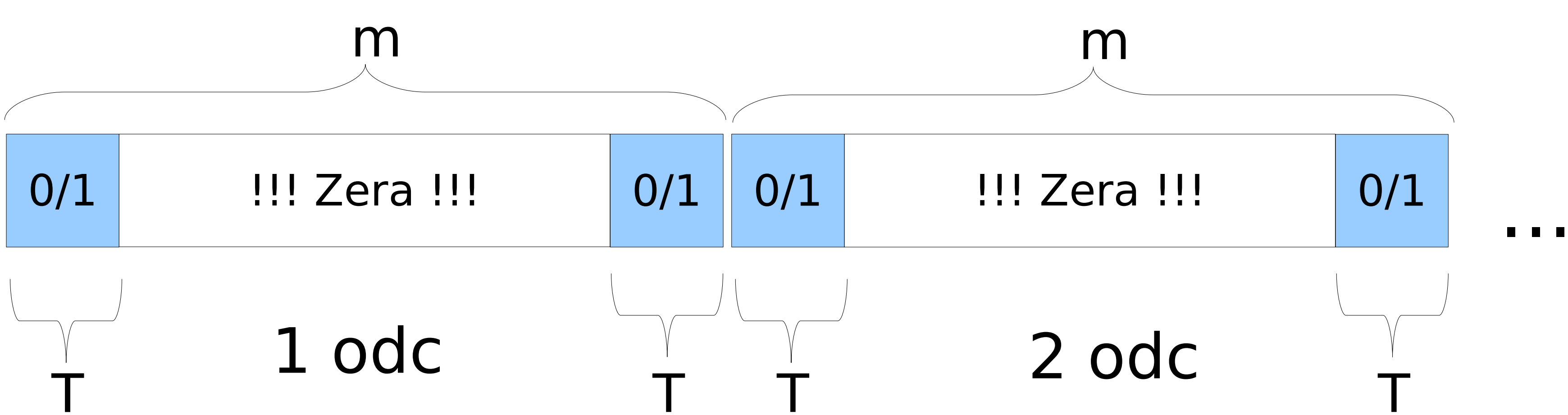
Zakładamy, że istnieje algorytm „A”, który obl. st. aproks MIS...
alg ten działa w **stałym** czasie T, każdy wierz widzi 2T+1 „id”





Definiujemy funkcję F_A({i1, i2, ..., i_2T, i_2T+1}):=0 lub 1
na podstawie algorytmu A... (dwa kolory 0 i 1 = przynależność do MIS)

Funkcja F_A koloruje kraw hiper-grafu (hiper kraw mocy 2T+1),
bierzemy „m” t.że: n >= R(2,m,2T+1)
tworzymy odcinek cyklu z „id” ze zbioru mocy m,
który jest monochromatyczny (same 0 lub 1),
nie mogą to jednak być 1 (bo to MIS),
następnie usuwamy id „1 odc” i powtarzamy proces...



Jeśli p-krotnie powtórzyliśmy proces to...

$$|MIS| \leq 2\mathrm{T}\,p + R(2, m, 2T+1) \leq 2\mathrm{T}\frac{n}{m} + R(2, m, 2T+1)$$

$$pm \leq n\,,\ p \leq \frac{n}{m}\,,\ m := \log^{(2\mathrm{T}+1)} n$$

$$|MIS| \leq O\left(T\frac{n}{\log^{(2\mathrm{T}+1)} n}\right)$$

Czyli MIS nie jest stałą aproksymają, bo opt MIS jest mocy n/2...