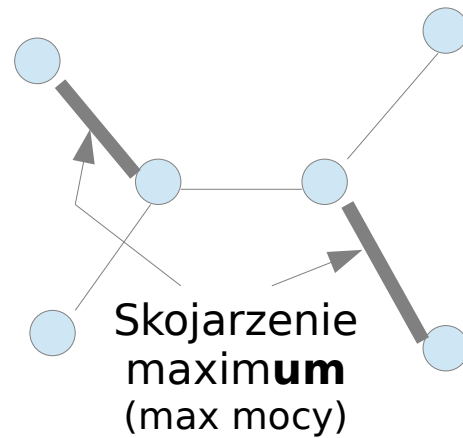
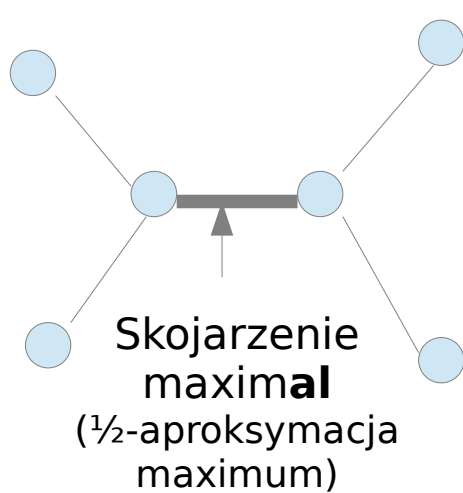
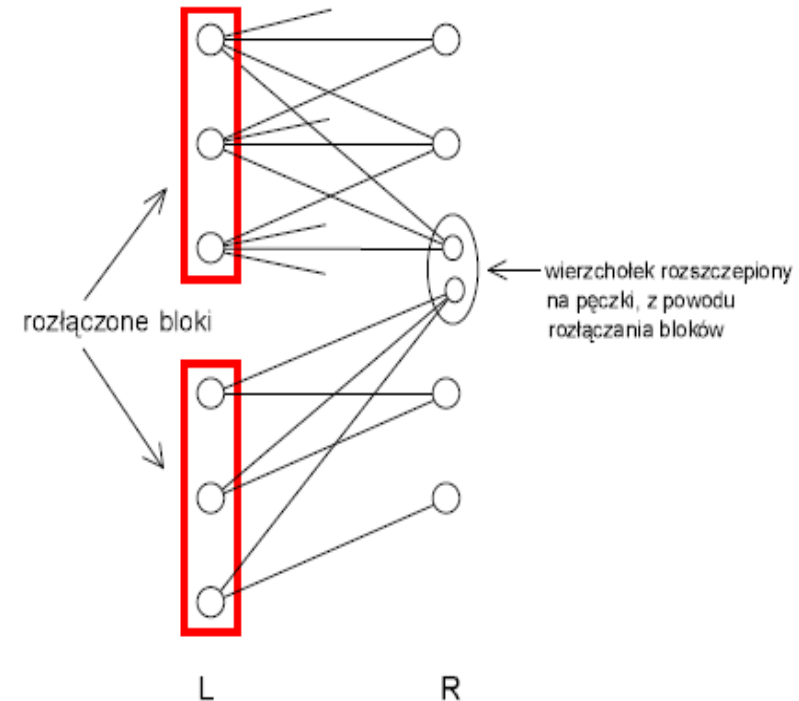
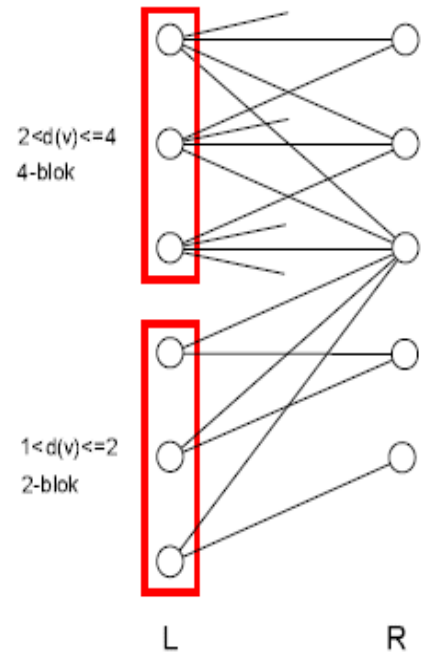
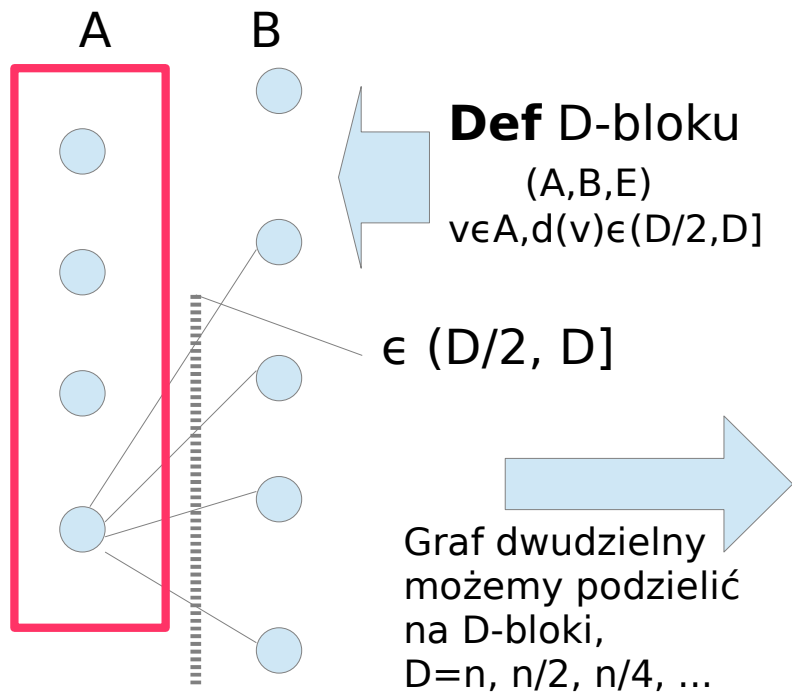


# Skojarzenia maximal, synch, grafy dwudzielne, czas $O(\log^4 n)$



**Def** skojarzenia:  
zbiór kraw, w którym  
żadna para nie ma  
wspólnych końców

**Współczynnik aproks „x”**  
M jest x-aproks problemu  
skoj maximum, jeśli:  
 $|M| > x |M^*|$   
M = rozw z algorytmu  
M\* = rozw optymalne  
(skoj maximum)



# Skojarzenia maximal, synch, grafy dwudzielne, czas $O(\log^4 n)$

W D-bloku obliczamy „skojarzenie koszące”...

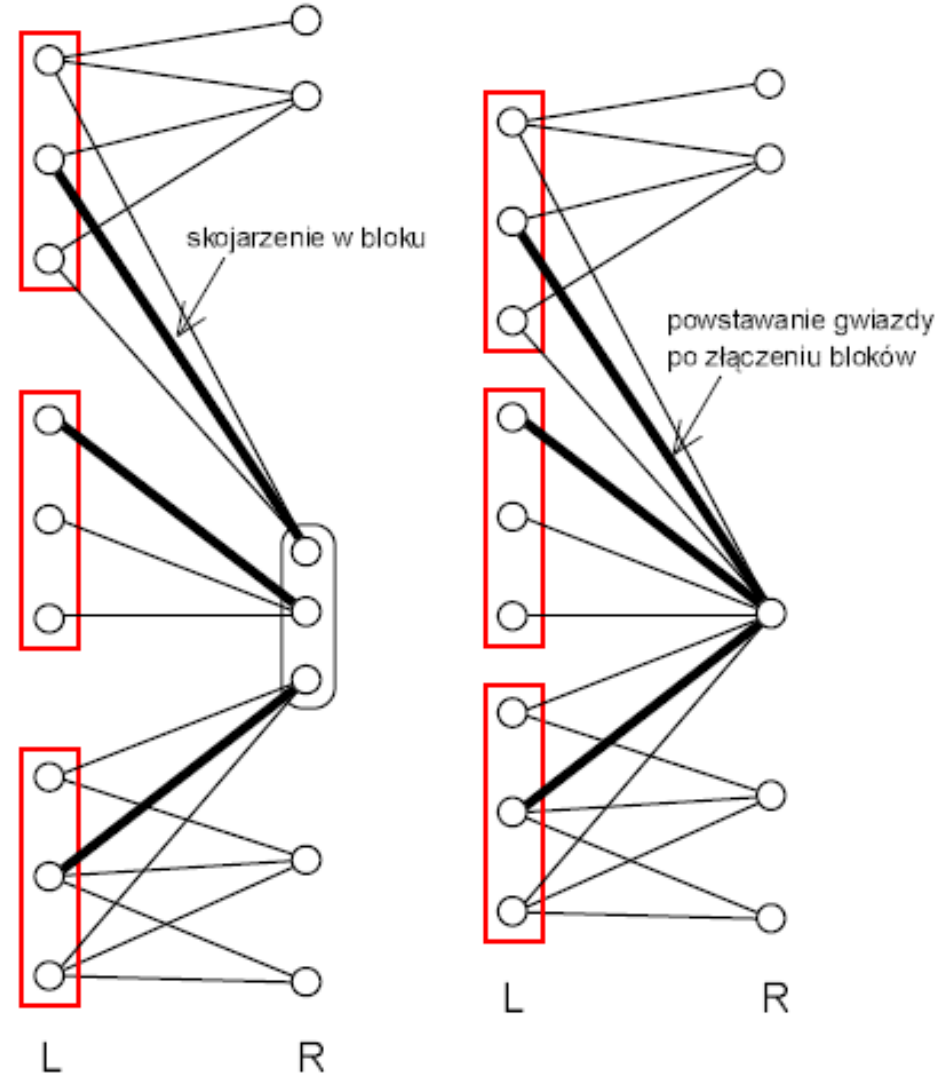
**Def** skoj koszącego:

skoj jest koszące jeśli stała frakcja kraw jest do niego incydentna  
(kraw ma wspólny koniec z kraw skoj)

Mając skoj koszące w każdym D-bloku możemy je zamienić w skoj koszące w grafie dwudz...

Log(n) krotnie obliczając skoj koszące w grafie dwudz oraz usuwając skojarzone krawędzie (i je akumulując) otrzymamy skoj maximal !!!

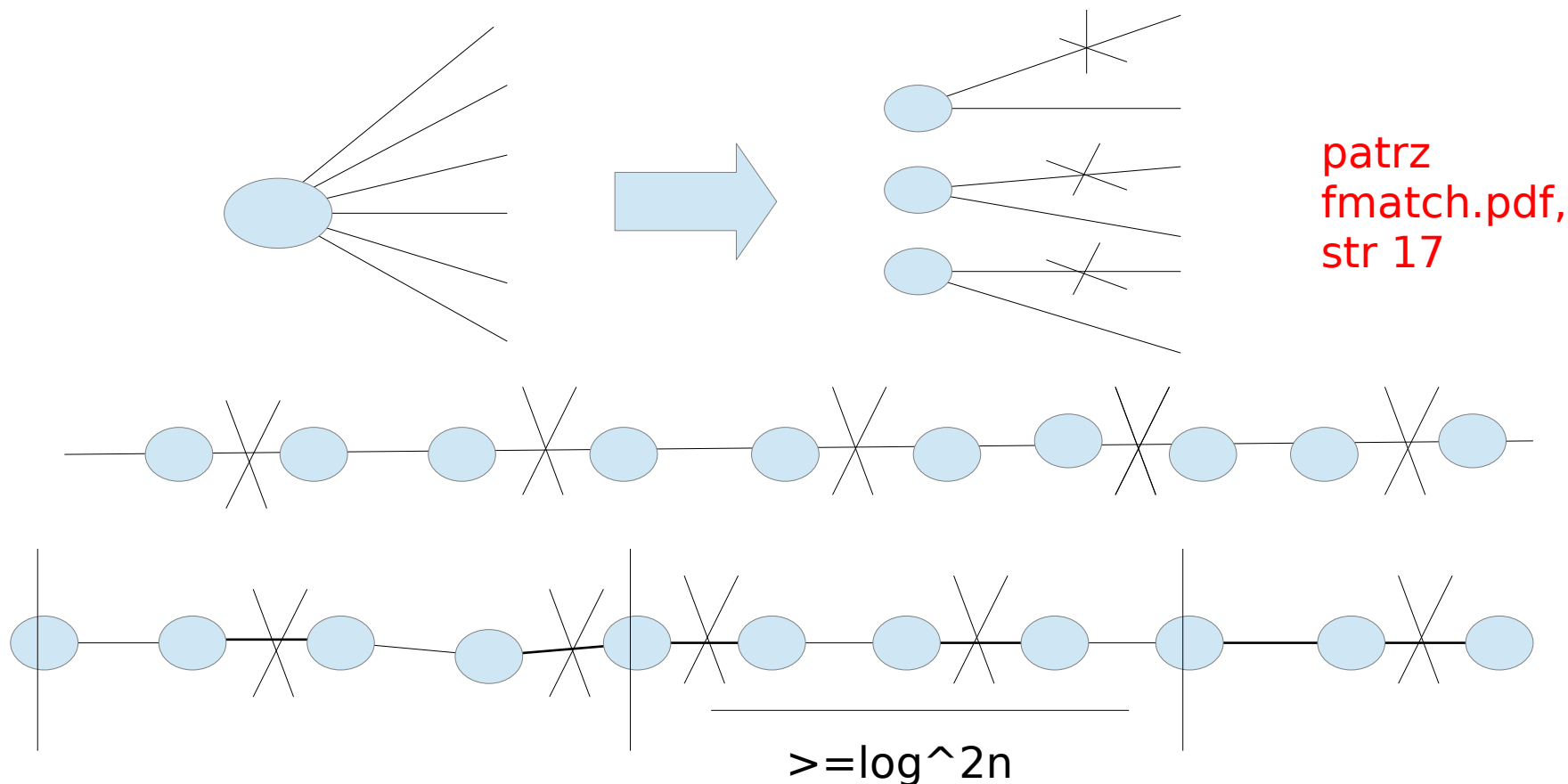
*Argument:* stopnie w D-blokach to różne potęgi liczby 2 wystarczy zostawić kraw w D-bloku z max D, np.  $16 > 8+4+2+1$ , skoj w grafie dwudz też będzie koszące...



# Skojarzenia maximal, synch, grafy dwudzielne, czas $O(\log^4 n)$

## Jak obliczamy skoj koszące w D-bloku ???

Główna zasada tych obliczeń: „dzielenie stopnia przez 2”  
jeśli w D-bloku,  $\log(D)$  razy podzielimy stopnie przez 2  
to otrzymamy „spanner” ... który łatwo zamienić na skoj koszące

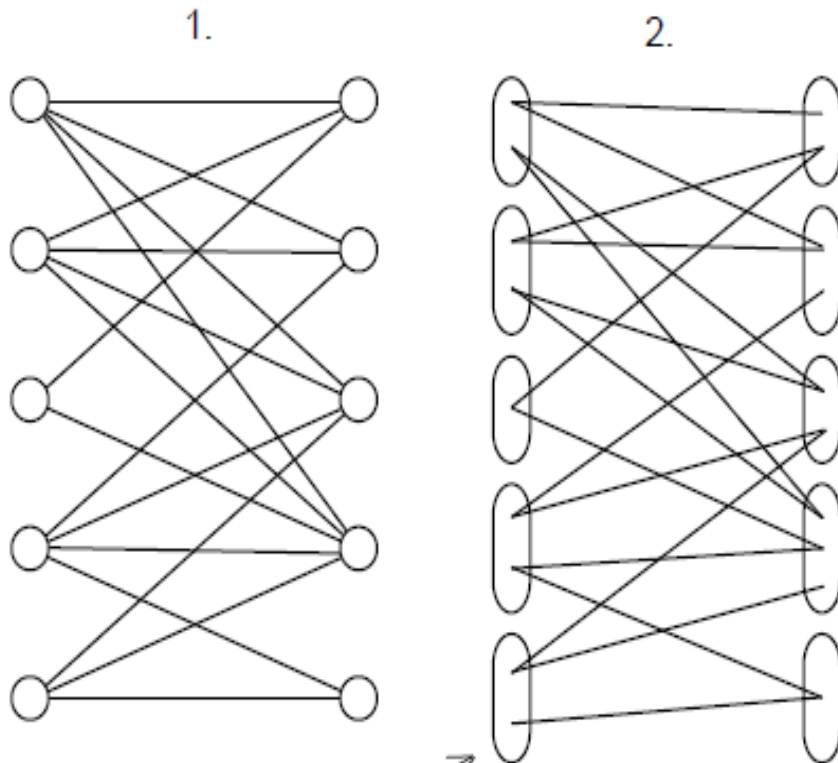


patrz  
fmatch.pdf,  
str 17

taka dokładność „dzielenia przez 2” wystarczy do uzyskania spannera !!

# Skojarzenia maximal, synch, grafy dwudzielne, czas $O(\log^4 n)$

Dokładniejsze objaśnienie  
rozbijania wierz na pęczki...



Graf wejściowy

wszystkie wierzchołki zostały  
rozszczone na pęczki

Co dokładnie obl w D-bloku,  
„dzieląc stopnie przez 2”  
 $\log(D)$  razy ?

Odp: **spanner...**

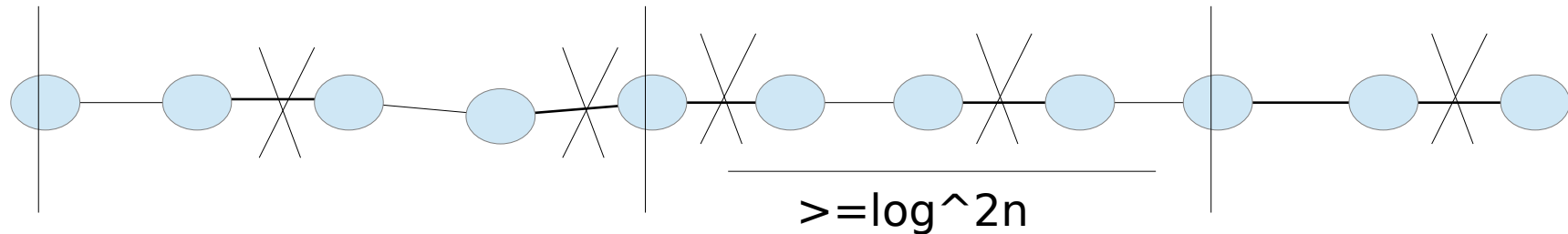
**Def** Spanner „S” w D-bloku (A, B, E)  
to podgraf spełniający warunki:

1. S przykrywa  $> 50\%$  A
2.  $v \in A$ :  $d_S(v) = 1$  lub 0
3.  $v \in B$ :  $d_S(v) < (16/D) * d(v) + 1$

Spanner to zbiór gwiazd z centr na B;  
Spanner łatwo zamienić na skoj koszące  
wystarczy z każdej gwiazdy  
wybrać 1 kraw, w dowolny sposób

Skojarzenia maximal, synch, grafy dwudzielne, czas  $O(\log^4 n)$

W jaki sposób „dzielimy stop przez 2” wystarczająco dokładnie ???



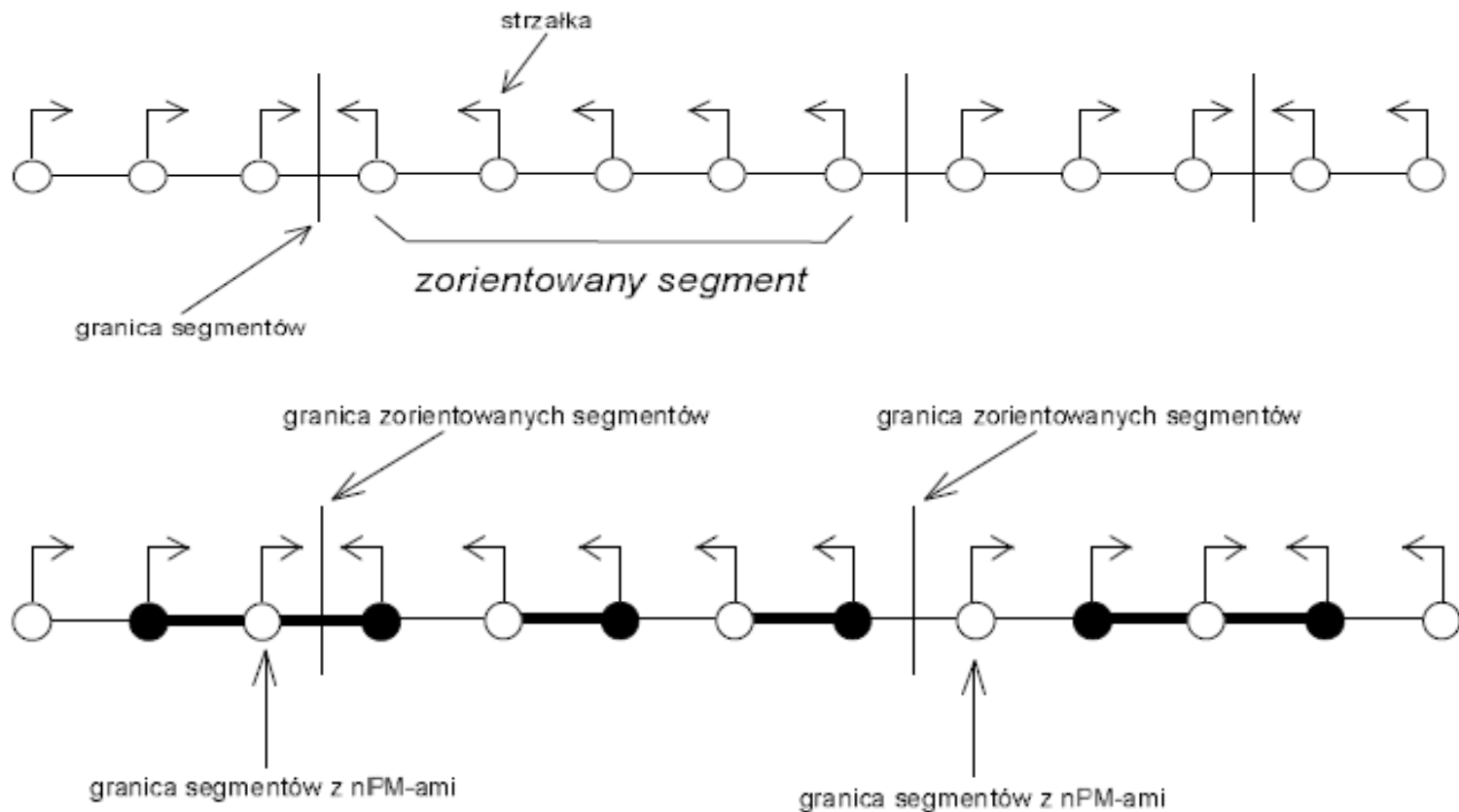
taka dokładność „dzielenia przez 2” wystarczy do uzyskania spannera !!

W cyklach/ścieżkach trzeba obliczyć **segmenty**, w których:

1. co druga kraw będzie oznaczona (skreślona)
2. segm będą miały długość  $\geq \log^2 n$

Okazuje się, że da się to zrobić w czasie  $\log^2 n$ ,  
używając 2-kolorowania wierz cykli/ścieżek  
oraz zorientowanych segm  
jest to treść zadania 6 (\*) z tematu A !!!

# Skojarzenia maximal, synch, grafy dwudzielne, czas $O(\log^4 n)$



Zorientowane segm o długości każdego segm  $\geq L$

można obliczyć w czasie  $O(L)$

Czyli pojedyncze „podz stop przez 2” zajmuje czas  $O(\log^2 n)$

$D < n$ , czyli spanner obl w czasie  $O(\log^3 n)$

Zatem skoj koszące w D-bloku obl w czasie  $O(\log^3 n)$

A skoj maximal w grafie dwudz w czasie  $O(\log^4 n)$