

MST = Minimum Spanning Tree

alg GKP = Garay Kutten Peleg

synch, czas =  $O(\text{Diam} + n^{0.6} \log^* n)$ ,

krótkie komunikaty (model CONGEST)

artykuł: GKP „A sublinear time distributed alg for MST”

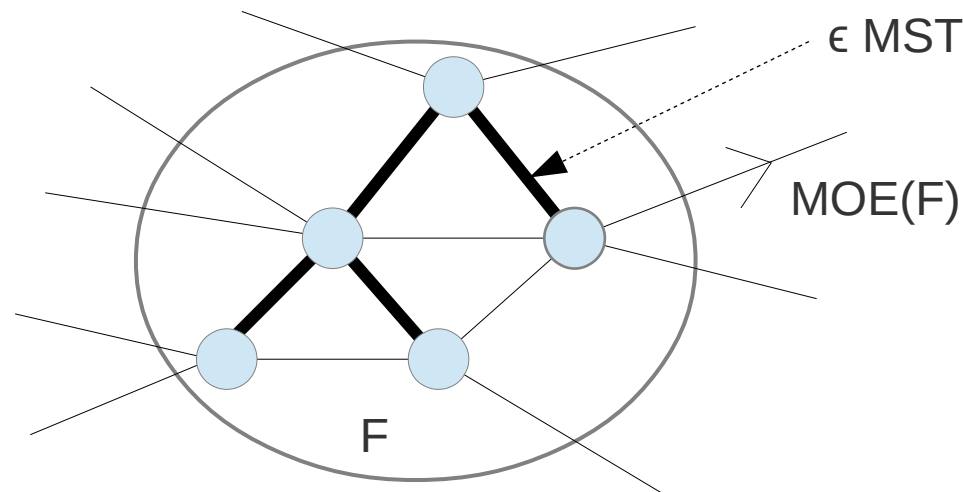
$w: E \rightarrow \mathbb{R}^+$ , „wagi na kraw”

MST := drzewo spinające o min wadze

**def:** fragment = fragment MST

**def:** MOE = Min Outgoing Edge,

kraw o min wadze wystająca z fragmentu F to MOE(F)



# MST, alg GKP

- 2 fazy: I. kontrolowane GHS  
II. eliminacja krawędzi

## Kontrolowane GHS

Łączenie fragm, ale nie do końca...

1. mamy zbiór fragm; każdy fragm obl MOE, otrzymujemy „las fragmentów” FF =Fragment Forest
2. traktujemy „stare fragm” jako wierz i obl small-dom-set (domset mocy  $< 1/2$  liczby wierz)
3. wierz spoza domset wybierają dominatora i przyłączają się do niego tworząc „**nowe fragm**”

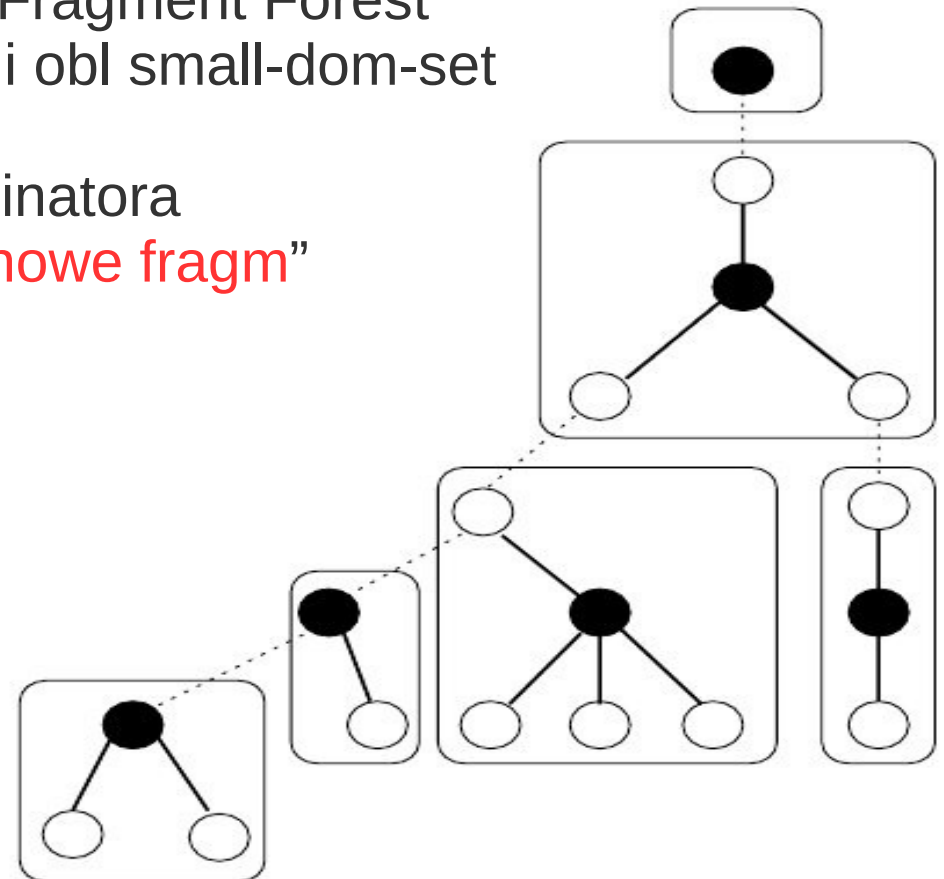
### Lemat 3.4

1.  $|FF_i| \leq 1/2 |FF_{i+1}|$
2.  $\text{Diam}(FF_i) \leq 3 * \text{Diam}(FF_{i+1}) + 2$

### Wniosek 3.5

Po  $l$  – iteracjach:

1.  $|FF_l| \leq n/2^l$
2.  $\text{Diam}(FF_l) \leq 3^l - 1$



# MST, alg GKP

## Proc Small-Dom-Set

1. oznacz wierz  $L_0, L_1, L_2$  (gdzie  $L_i$  to zb wierz w min odl „i” od liścia)
2. obl MIS,  $Q$ , na zbiorze nieoznaczonych wierz  $R$ , (przy pomocy C&V)
3. zwróć  $M := Q \cup L_1$

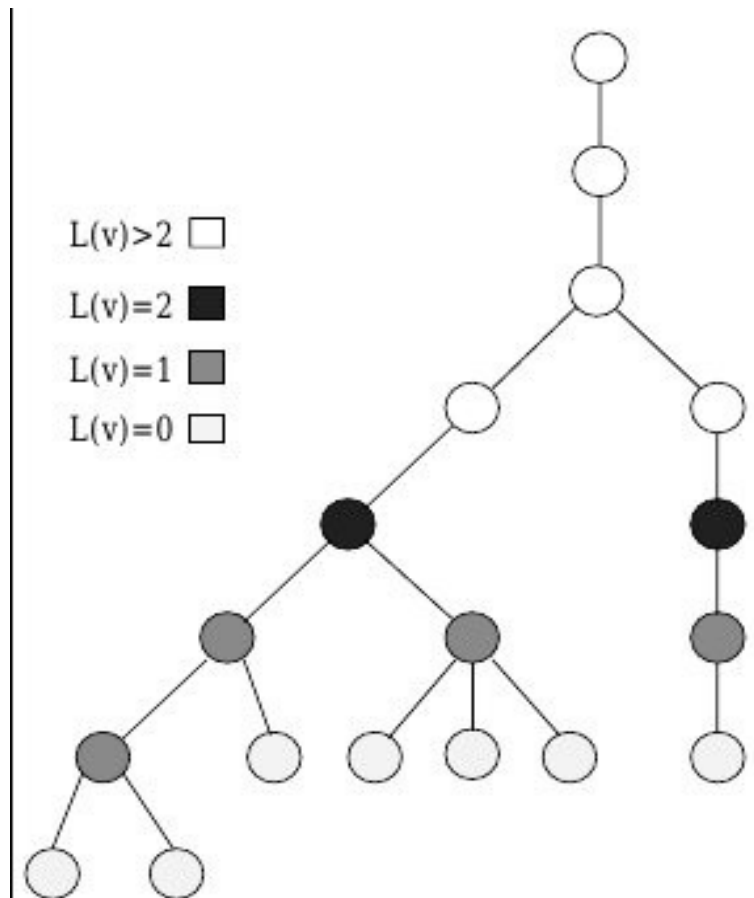
**Lemat:** Small-Dom-Set obl domset  $M$  mocy  $\leq 1/2n$ ,  
w czasie  $O(\log^* n)$ , w drzewie ukorz

### Dowód:

1.  $|L_1| \leq |L_0|$ ,  $|L_1| \leq |L_0 \cup L_1|/2$
2.  $|Q| \leq |R \cup L_2|/2$ ,  
każdy  $v$  in  $Q$  wybiera  $w(v)$  z  $R \cup L_2 \setminus Q$ ,  
 $w(v)$  jest synem  $v$ ,  
kraw  $\{v, w(v)\}$  tworzą skoj w  $R \cup L_2$ ,  
zatem  $2|Q| \leq |R \cup L_2|$

### Uwaga:

Czas obl „l fazy” to  $O(3^l * \log^* n)$   
(bo fragm to nie fizyczne wierz)



# MST, alg GKP

2 fazy: I. kontrolowane GHS, II. eliminacja krawędzi

## Eliminacja krawędzi

**Zasada:** C-cykl, najcięższa kraw C nie należy do MST...

Zakończyliśmy „I fazę” z fragm  $FF_I$ , licz fragm  $n/2^I = N_I$ .

We fragm są drzewka. Kraw międzyfragmentowe zawierają cykle.

1. budujemy drzewo BFS,  $B$ , w  $G$ , korzeń  $B$  to  $r(B)$
2. wierz  $v$  utrzymuje 2 zb kraw:
  - $Q$  – kraw między fragm, o których  $v$  wie, „należą” do poddrzewa  $v$ , dowiedział się o nich od swoich synów w  $B$
  - $U$  – kraw wysłane do parenta w  $B$
3. liście wysyłają kraw do parenta od rundy 0, nieliście --”-- od rundy, w której dostały kraw od wszystkich synów
4.  $C(U, Q) := \{e \in Q \setminus U: U \cup \{e\} \text{ zawiera cykl}\}$   
 $RC := Q \setminus (U \cup C(U, Q))$   
wierz  $v$  wybiera z  $RC$  *najlżejszą* kraw i wysyła ją do parenta, jeśli  $RC$  jest pusty to kończy pracę....
5.  $r(B)$  obl zbiór  $N_I - 1$  kraw łączących fragm, należących do MST, oraz rozsyła ten zbiór po drzewie  $B$ ...

# MST, alg GKP

**Lemat 4.5:** eliminacja kraw zwraca MST w  $G$ ,  
a jej czas działania to  $O(N_I + \text{Diam}(G))$ , gdzie  $N_I := n/2^I$   
*Skąd czas działania fazy II ?*

1.  $r(B)$  otrzymuje  $\leq N_I$  kraw od każdego syna,
2. synowie wysyłają kraw w sposób ciągły,
3.  $r(B)$  zaczyna otrzymywać kom najpóźniej w rundzie  $\text{Diam}(G)$

*Skąd się bierze czas działania całego alg ?*

Alg składa się z Fazy I i II,  
czas fazy I:  $3^I \cdot \log^* n$ , czas fazy II:  $\text{Diam}(G) + n/2^I$   
okazuje się, że opt I to  $\log n / \log 6 \dots$

