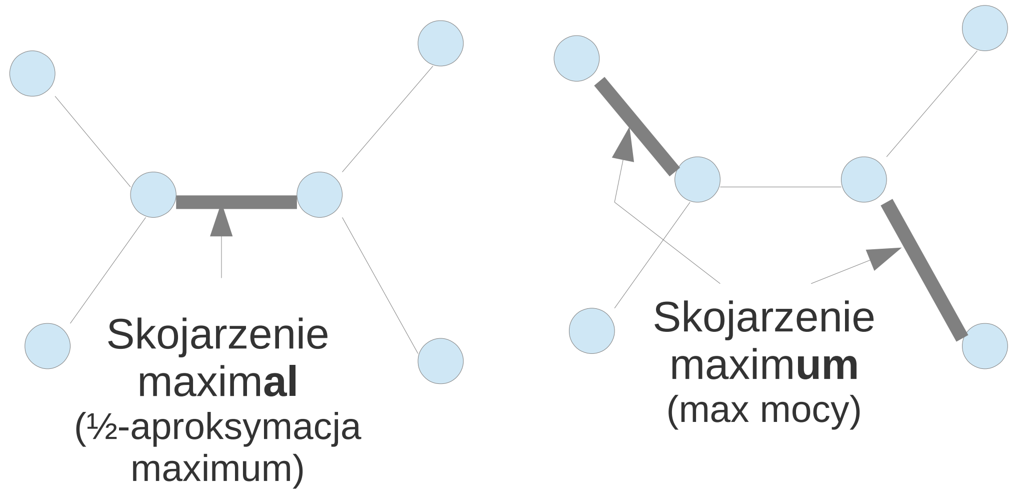
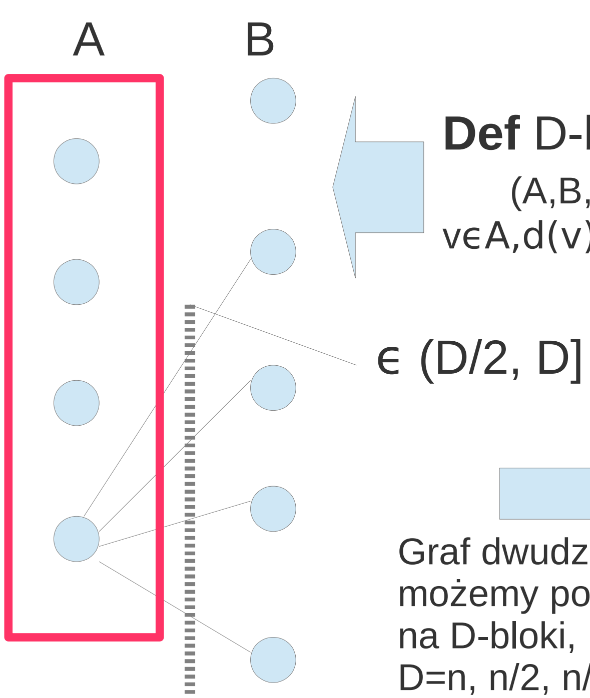
Skojarzenia maximal, synch, grafy dwudzielne, czas O(log^4n)



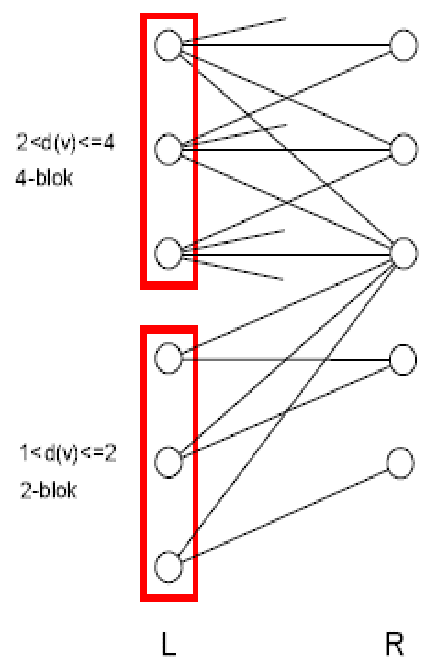
Def skojarzenia:
zbiór kraw, w którym
żadna para nie ma
wspólnych końców

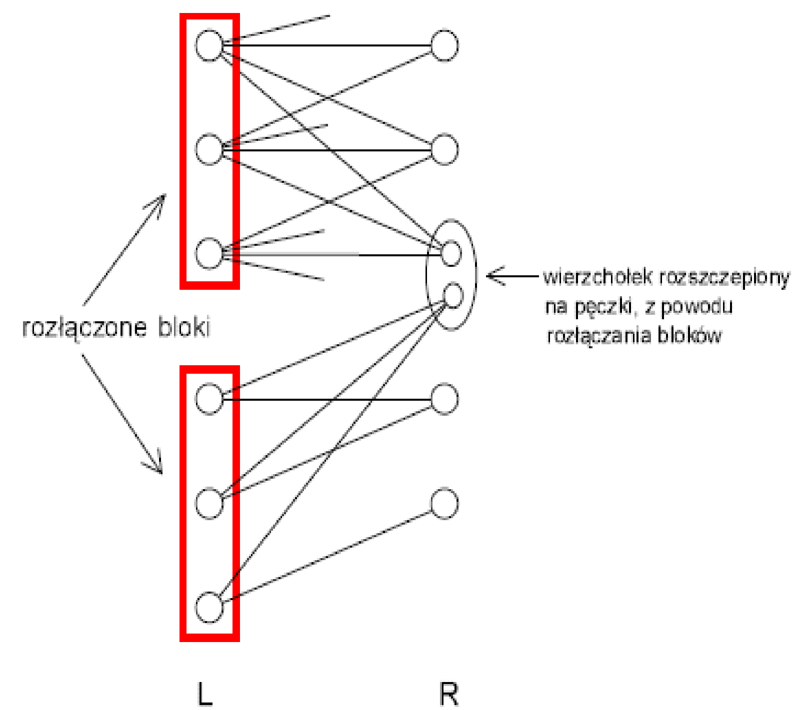
Współczynnik aproks „x”
M jest x-aproks problemu
skoj maximum, jeśli:
|M|>x |M*|
M = rozw z algorytmu
M* = rozw optymalne
(skoj maximum)



Def D-bloku
(A,B,E)
vϵA,d(v)ϵ(D/2,D]

Graf dwudzielny
możemy podzielić
na D-bloki,
D=n, n/2, n/4, ...





Skojarzenia maximal, synch, grafy dwudzielne, czas O(log^4n)

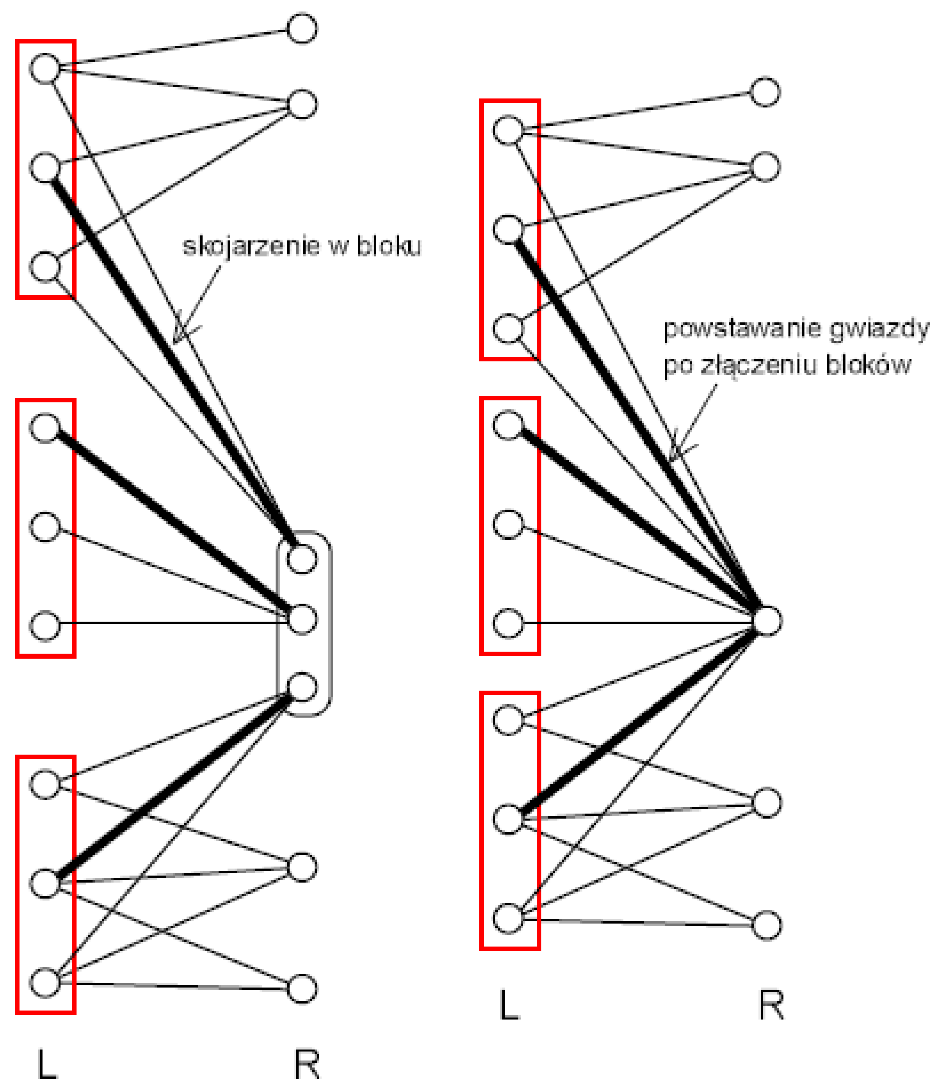
W D-bloku obliczamy „skojarzenie koszące”...

Def skoj koszącego:
  skoj jest koszące jeśli stała frakcja kraw
  jest do niego incydentna
  (kraw ma wspólny koniec z kraw skoj)

Mając skoj koszące w każdym D-bloku
możemy je zamienić w skoj koszące
w grafie dwudz...

Log(n) krotnie obliczając skoj koszące
w grafie dwudz
oraz usuwając skojarzone krawędzie
(i je akumulując)
otrzymamy skoj maxim**al** !!!

Argument: stopnie w D-blokach
to różne potęgi liczby 2
wystarczy zostawić kraw w D-bloku z max D,
np. 16 > 8+4+2+1,
skoj w grafie dwudz też będzie koszące...



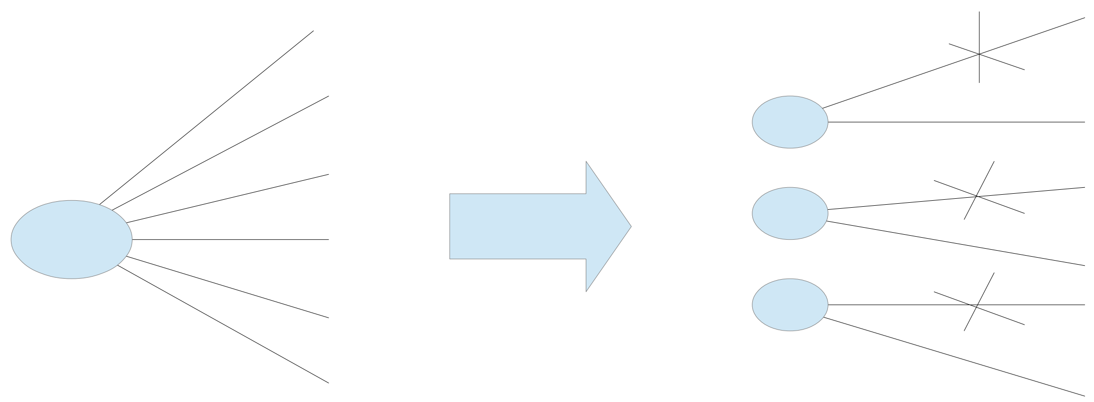
Skojarzenia maximal, synch, grafy dwudzielne, czas O(log^4n)

Jak obliczamy skoj koszące w D-bloku ???

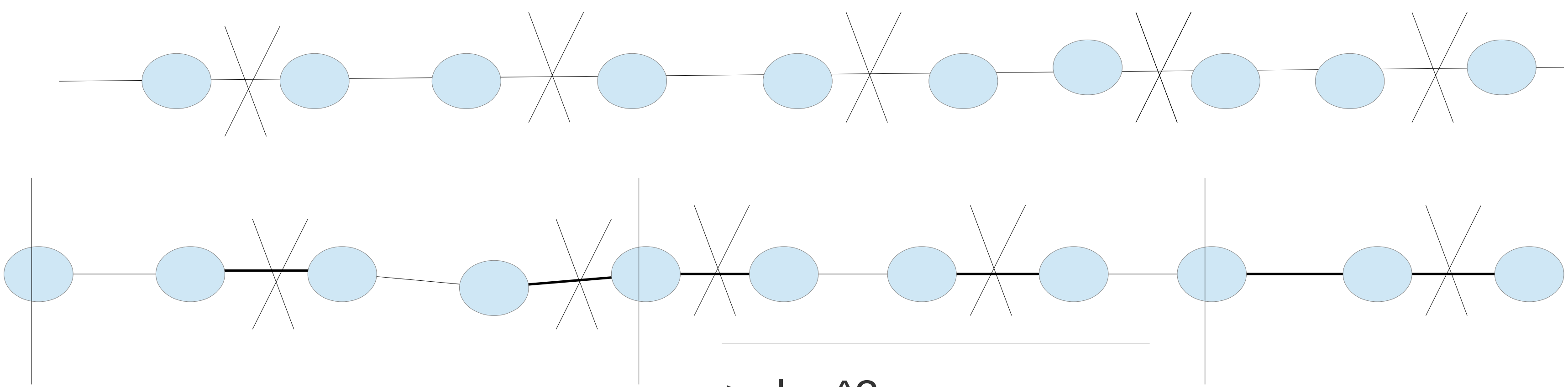
Główna zasada tych obliczeń: „dzielenie stopnia przez 2”

jeśli w D-bloku, log(D) razy podzielimy stopnie przez 2

to otrzymamy „spanner” … który łatwo zamienić na skoj koszące



patrz fmatch.pdf, str 17

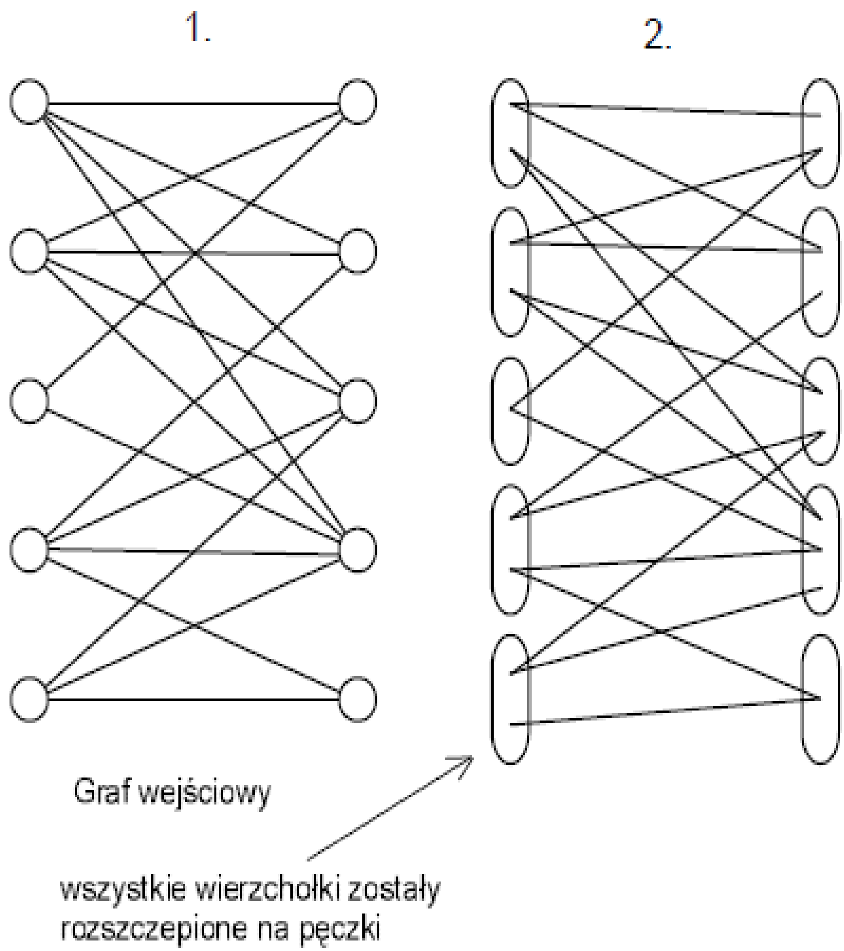


>=log^2n

taka dokładność „dzielenia przez 2” wystarczy do uzyskania spannera !!

Skojarzenia maximal, synch, grafy dwudzielne, czas O(log^4n)

Dokładniejsze objaśnienie
rozbijania wierz na pęczki...

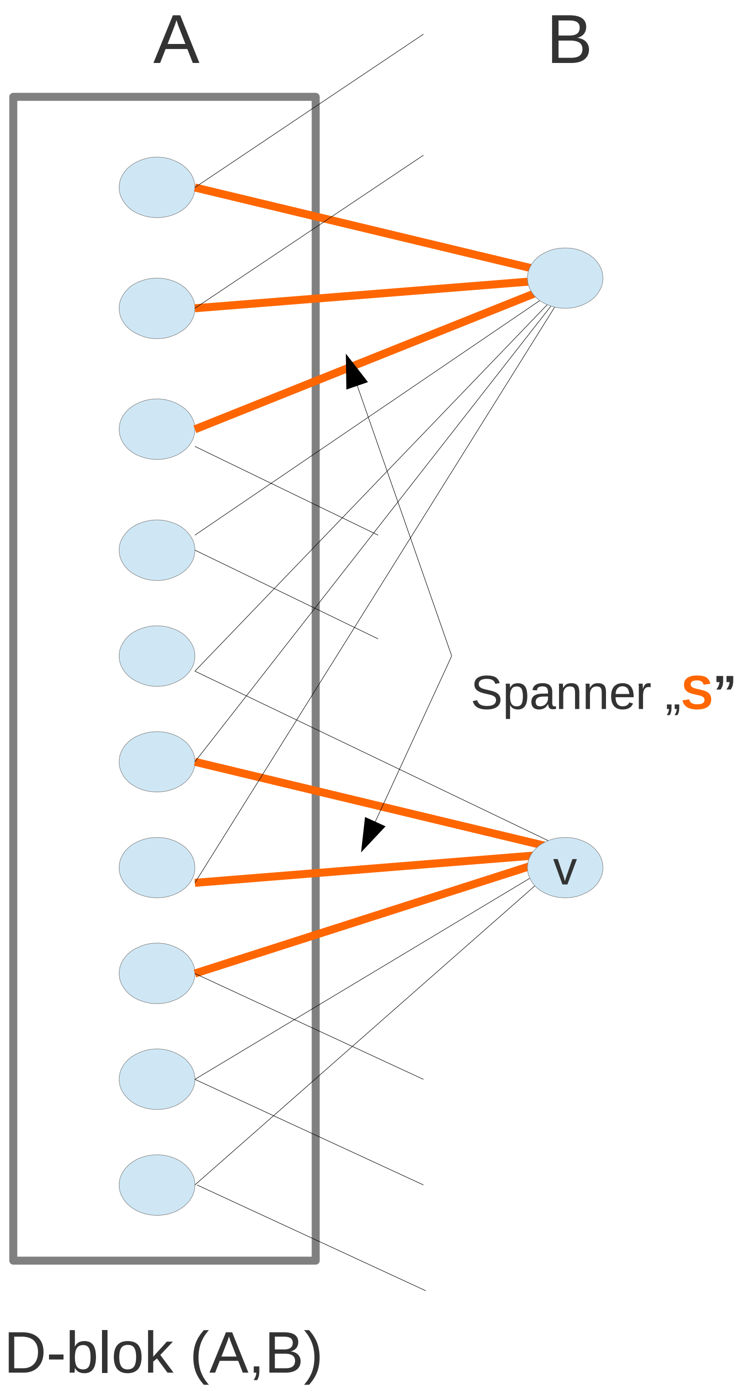


Co dokładnie obl w D-bloku,
„dzieląc stopnie przez 2”
Log(D) razy ?
Odp: **spanner...**

Def Spanner „S” w D-bloku (A, B, E)
to podgraf spełniający warunki:

1. S przykrywa > 50% A
2. v∊A: d_S(v)=1 lub 0
3. v∊B: d_S(v)<(16/D)*d(v) + 1

Spanner to zbiór gwiazd z centr na B;
Spanner łatwo zamienić na skoj koszące
wystarczy z każdej gwiazdy
wybrać 1 kraw, w dowolny sposób



Dlaczego spanner S w D-bloku łatwo zamienić na skojarzenie koszące ???

Wyjaśnienie intuicyjne...

Fakty:

1. gwiazdy spannera są koszące!
2. z każdej gwiazdy zostawiamy 1 krawędź (ramię)
3. tracimy kraw incyd do usuniętych ramion gwiazdy

Rozpatrujemy 2 przypadki:

Jeśli gwiazda ma mały stopień, to mało tracimy...

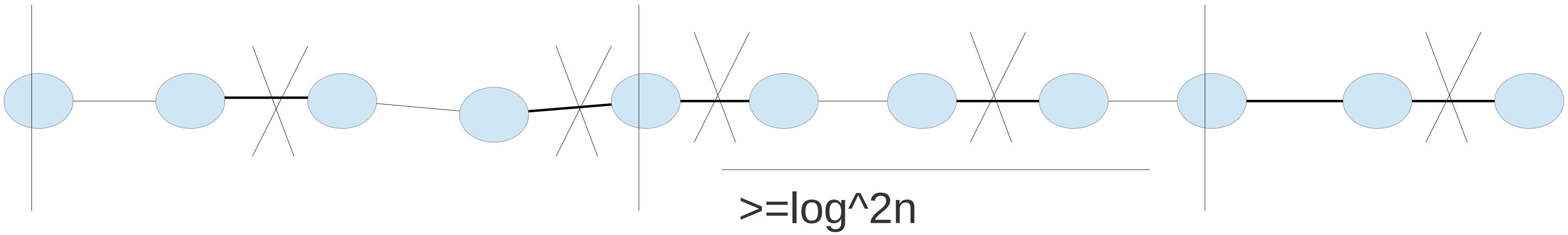
Jeśli gwiazda ma duży stopień to:

$$\mathbf{(d\_S(v) - 1)*D/16 < d(v)}$$

Tracimy „dużo” z „bardzo dużo”, czyli zostaje „dużo”, czyli mamy skoj koszące...

Skojarzenia maximal, synch, grafy dwudzielne, czas O(log^4n)

W jaki sposób „dzielimy stop przez 2” wystarczająco dokładnie ???

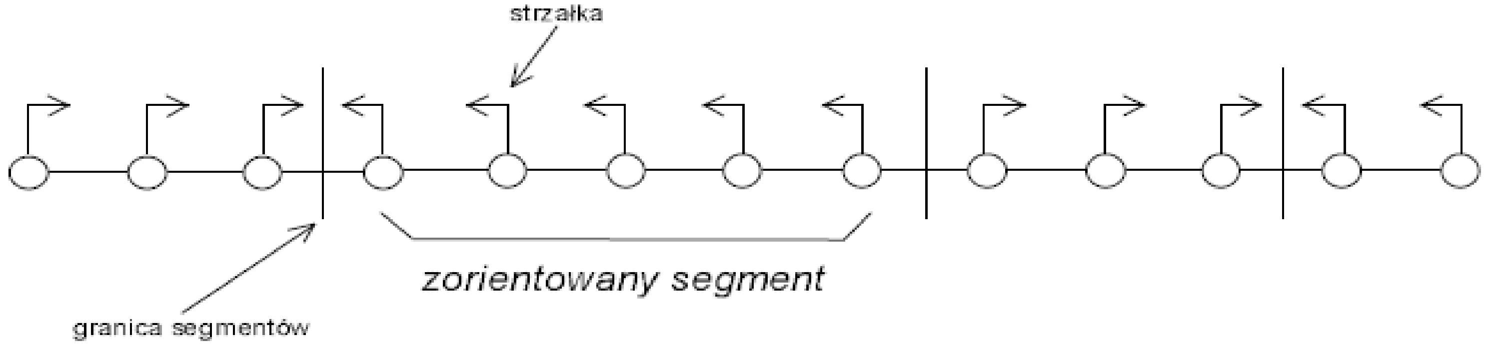


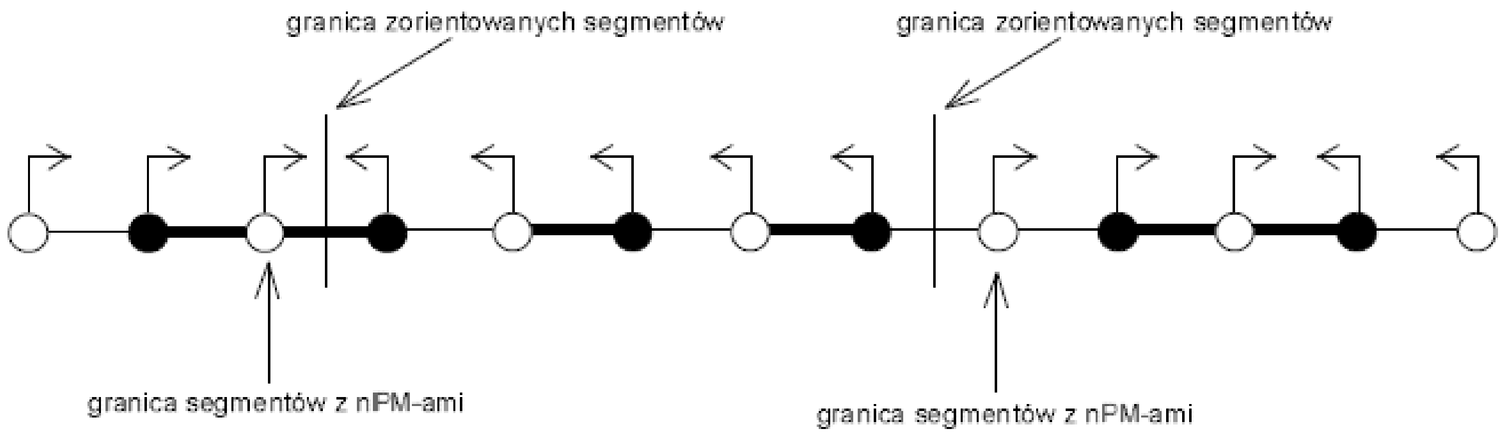
taka dokładność „dzielenia przez 2” wystarczy do uzyskania spannera !!

W cyklach/ścieżkach trzeba obliczyć **segmenty**, w których:
1. co druga kraw będzie oznaczona (skreślona)
2. segm będą miały długość >= log^2n

Okazuje się, że da się to zrobić w czasie log^2n,
używając 2-kolorowania wierz cykli/ścieżek
oraz zorientowanych segm
jest to treść *zadania 6 (*) z tematu A !!!*

Skojarzenia maximal, synch, grafy dwudzielne, czas O(log^4n)





Zorientowane segm o długości każdego segm>=L
można obliczyć w czasie O(L)
Czyli pojedyncze „podz stop przez 2” zajmuje czas O(log^2n)
D<n, czyli spanner obl w czasie O(log^3n)
Zatem skoj koszące w D-bloku obl w czasie O(log^3n)
A skoj maximal w grafie dwudz w czasie O(log^4n)